

Opérations de segmentation d'images 3D représentées par des cartes topologiques

Alexandre Dupas¹

¹XLIM-SIC, Université de Poitiers, UMR6172

LIRIS, Université Lyon 1, UMR5800

Réunion des Doctorants LIRIS, Imagine & M2DisCo
12 Mai 2009

Introduction

Cadre de travail

- Modèle topologique pour la représentation d'images
- Traitement d'images (médical, géologie, . . .)

Objectifs

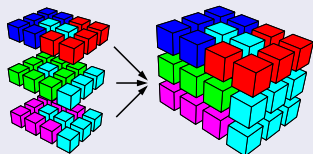
- Opérations sur le modèle topologique
- Segmentation d'images
- Traitements contrôlant la topologie

- 1 Carte topologique et travaux existants
 - Représentation d'images
 - Carte topologique
- 2 Critère à base d'invariant topologique
 - Invariants topologiques
 - Nombres de Betti
 - Méthode incrémentale
- 3 Division-Fusion
 - Division de régions
 - Application
- 4 Modèles déformables dans la carte topologique
 - Modèle déformable
 - Points I-Simples
 - Premiers résultats
- 5 Conclusion

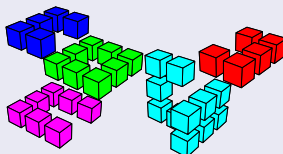
- 1 Carte topologique et travaux existants
 - Représentation d'images
 - Carte topologique
- 2 Critère à base d'invariant topologique
 - Invariants topologiques
 - Nombres de Betti
 - Méthode incrémentale
- 3 Division-Fusion
 - Division de régions
 - Application
- 4 Modèles déformables dans la carte topologique
 - Modèle déformable
 - Points I-Simples
 - Premiers résultats
- 5 Conclusion

Comment représenter une image 3D ?

Image : ensemble de voxels

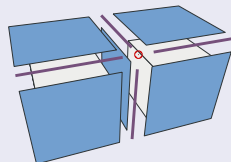


Région : voxels 2-connexes



Intervoxel

- Surfel (2-cellule)
- Lignel (1-cellule)
- Pointel (0-cellule)



Modèle topologique

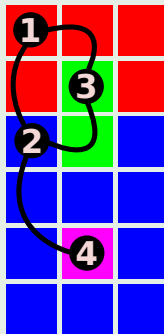
Graphe d'Adjacence de Régions (RAG)

- sommet \leftrightarrow région
- arête \leftrightarrow adjacence

Problèmes

- multi-adjacence
- inclusion

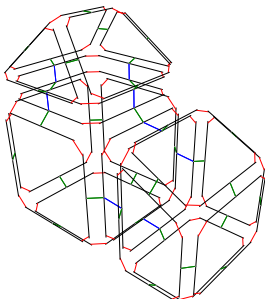
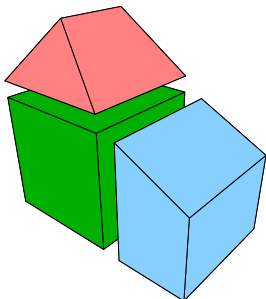
Exemple



Quelques Solutions

Multi-RAG, Dual-Graph, Carte combinatoire, Carte topologique

Carte combinatoire



- Une permutation
 - β_1 : un brin \rightarrow brin de la même face et du même volume
- Deux involutions
 - β_2 : un brin \leftrightarrow brin de la même arête et du même volume
 - β_3 : un brin \leftrightarrow brin de la même arête et de la même face

Carte topologique

Objectifs

- Représenter les cellules d'une image
- Représenter les relations d'adjacences et d'inclusions
- Améliorer les traitements d'images

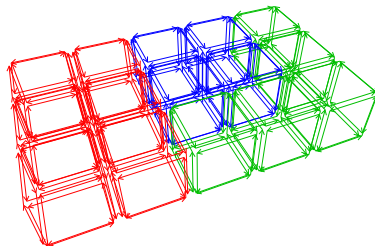
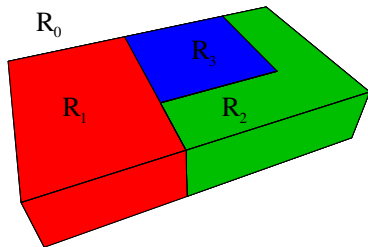
Solution

- **carte combinatoire minimale** \leftrightarrow cellules et relations
- **matrice intervoxel** \leftrightarrow géométrie des cellules
- **arbre de régions** \leftrightarrow relation d'inclusion

Extraction progressive (G. Damiand)

Definition

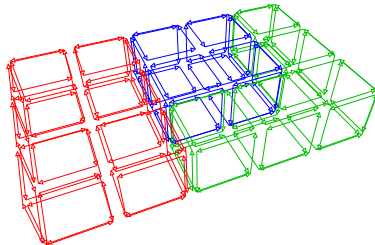
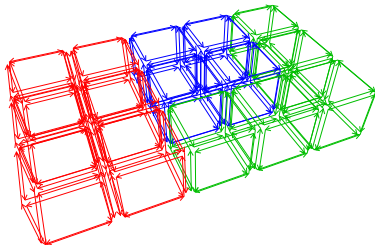
Niveau 0 : Tous les voxels.



Niveau 1

Definition

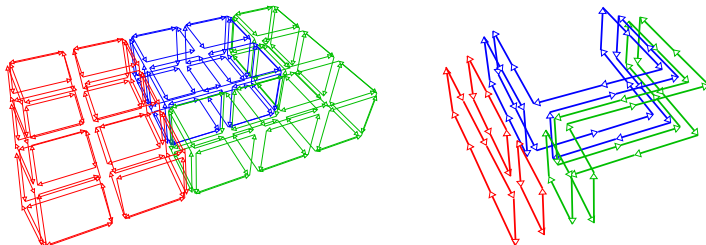
Niveau 1 : Suppression des faces entre 2 voxels d'une même région



Niveau 2

Definition

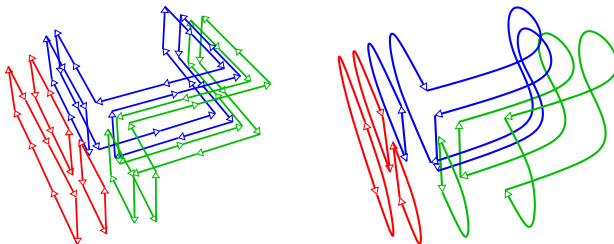
Niveau 2 : Suppression des arêtes de degré local 2



Niveau 3

Definition

Niveau 3 : Suppression des sommets de degré 2



Exemple de carte topologique

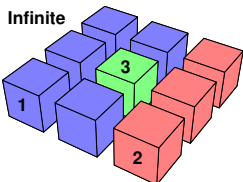
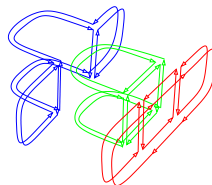
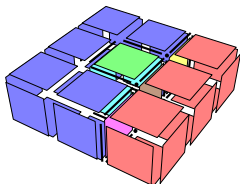


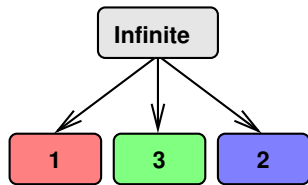
image 3D



carte combinatoire minimale



matrice intervoxel



arbre d'inclusion de régions

Opérations existantes

Fusion de régions

- ensembles connexes de régions
- approche locale ou globale
- mise à jour incrémentale des propriétés

Segmentation

- approche par réduction (bottom-up)
- critère "couleur"

- 1 Carte topologique et travaux existants
 - Représentation d'images
 - Carte topologique
- 2 Critère à base d'invariant topologique
 - Invariants topologiques
 - Nombres de Betti
 - Méthode incrémentale
- 3 Division-Fusion
 - Division de régions
 - Application
- 4 Modèles déformables dans la carte topologique
 - Modèle déformable
 - Points I-Simples
 - Premiers résultats
- 5 Conclusion

Invariants topologiques

Topologie algébrique

- étude des espaces topologiques
- associer des invariants algébriques

Invariants algébriques

- groupe fondamental
- groupes d'homotopie
- groupes d'homologie ou de cohomologie

Caractéristiques topologiques

- caractéristique d'Euler
- nombres de Betti

Caractéristique d'Euler incrémentale

$$\chi = s - a + f - v$$

Objectifs

- calcul caractéristique d'Euler surfacique :

$$\chi' = s - a + f$$

- algorithme incrémental lors de l'extraction

Méthode *travaux de [Damiand et al., 2006]*

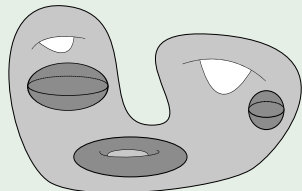
- compter les différentes cellules
- intégration aux opérations de suppression

Nombres de Betti

Intuition

- $b_0 \Leftrightarrow$ composantes connexes
- $b_1 \Leftrightarrow$ tunnels
- $b_2 \Leftrightarrow$ cavités

Exemple



Liens avec la caractéristique d'Euler

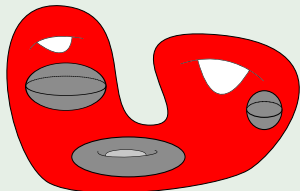
$$\chi(r) = b_0(r) - b_1(r) + b_2(r)$$

Nombres de Betti

Intuition

- $b_0 \Leftrightarrow$ composantes connexes
 - $b_0 = 1$
- $b_1 \Leftrightarrow$ tunnels
- $b_2 \Leftrightarrow$ cavités

Exemple



Liens avec la caractéristique d'Euler

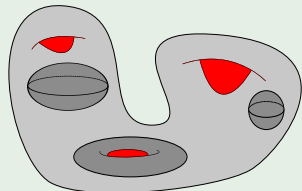
$$\chi(r) = b_0(r) - b_1(r) + b_2(r)$$

Nombres de Betti

Intuition

- $b_0 \Leftrightarrow$ composantes connexes
 - $b_0 = 1$
- $b_1 \Leftrightarrow$ tunnels
 - $b_1 = 3$
- $b_2 \Leftrightarrow$ cavités

Exemple



Liens avec la caractéristique d'Euler

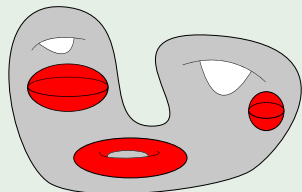
$$\chi(r) = b_0(r) - b_1(r) + b_2(r)$$

Nombres de Betti

Intuition

- $b_0 \Leftrightarrow$ composantes connexes
 - $b_0 = 1$
- $b_1 \Leftrightarrow$ tunnels
 - $b_1 = 3$
- $b_2 \Leftrightarrow$ cavités
 - $b_2 = 3$

Exemple



Liens avec la caractéristique d'Euler

$$\chi(r) = b_0(r) - b_1(r) + b_2(r)$$

Formules de calcul

$$b_0 = 1$$

Région \Leftrightarrow ensemble 2-connexe de voxels

$$b_1$$

$$b_1(r) = b_0(r) + b_2(r) - \chi'(r)/2$$

$$b_2$$

Utilise l'arbre d'inclusion

Formules de calcul

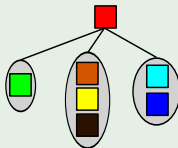
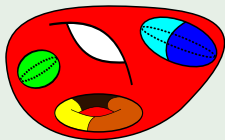
$$b_0 = 1$$

Région \Leftrightarrow ensemble 2-connexe de voxels

$$b_1$$

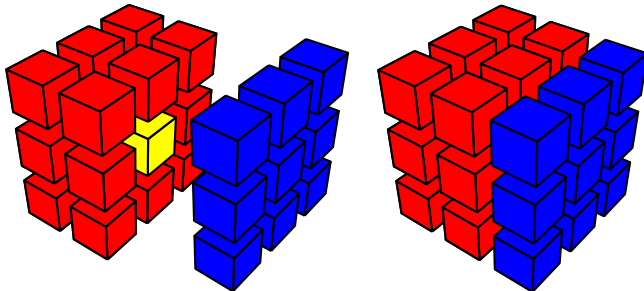
$$b_1(r) = b_0(r) + b_2(r) - \chi'(r)/2$$

$$b_2$$



Calcul incrémental de b_2

Idée : compter les nouvelles cavités

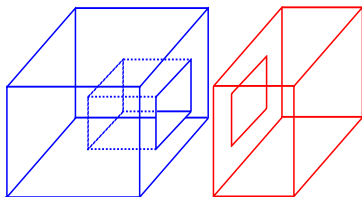


Algorithme

- trouver les surface internes
- découvrir les surfaces des régions en ignorant les faces internes

Calcul incrémental de b_2

Idée : compter les nouvelles cavités



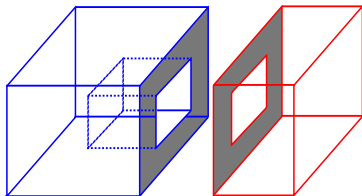
$$b_2(r_1) = 0; b_2(r_2) = 0$$

Algorithme

- trouver les surface internes
- découvrir les surfaces des régions en ignorant les faces internes

Calcul incrémental de b_2

Idée : compter les nouvelles cavités



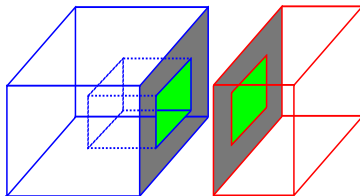
$$b_2(r_1) = 0; b_2(r_2) = 0$$

Algorithme

- trouver les surface internes
- découvrir les surfaces des régions en ignorant les faces internes

Calcul incrémental de b_2

Idée : compter les nouvelles cavités



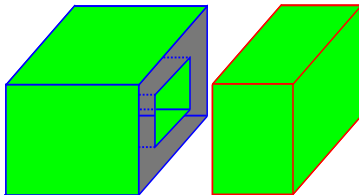
$$k = 1$$

Algorithme

- trouver les surfaces internes
- découvrir les surfaces des régions en ignorant les faces internes

Calcul incrémental de b_2

Idée : compter les nouvelles cavités



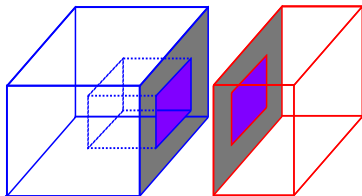
$$k = 2$$

Algorithme

- trouver les surfaces internes
- découvrir les surfaces des régions en ignorant les faces internes

Calcul incrémental de b_2

Idée : compter les nouvelles cavités



$$b_2 = b_2(r_1) + b_2(r_2) + k - 1$$

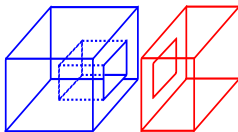
Algorithme

- trouver les surface internes
- découvrir les surfaces des régions en ignorant les faces internes

Calcul incrémental de b_1

Idee : calcul les changements du nombre de cellules

$$\chi'(r_1) = 2$$



$$\chi'(r_2) = 2$$

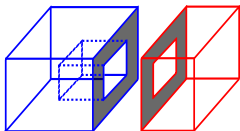
Algorithme

- compter les cellules internes
- calculer $\chi'(r_1 \cup r_2)$
- utiliser la formule générale : $b_1(r) = b_0(r) + b_2(r) - \chi'(r)/2$

Calcul incrémental de b_1

Idee : calcul les changements du nombre de cellules

$$\chi'(r_1) = 2$$



$$\chi'(r_2) = 2$$

$$\chi'_{int} = 1$$

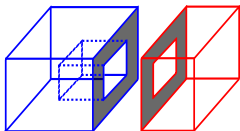
Algorithme

- compter les cellules internes
- calculer $\chi'(r_1 \cup r_2)$
- utiliser la formule générale : $b_1(r) = b_0(r) + b_2(r) - \chi'(r)/2$

Calcul incrémental de b_1

Idee : calcul les changements du nombre de cellules

$$\chi'(r_1) = 2$$



$$\chi'(r_2) = 2$$

$$\chi'_{int} = 1 \quad \chi'(r_1 \cup r_2) = \chi'(r_1) + \chi'(r_2) - 2\chi'_{int}$$

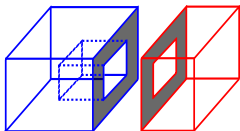
Algorithme

- compter les cellules internes
- calculer $\chi'(r_1 \cup r_2)$
- utiliser la formule générale : $b_1(r) = b_0(r) + b_2(r) - \chi'(r)/2$

Calcul incrémental de b_1

Idee : calcul les changements du nombre de cellules

$$\chi'(r_1) = 2$$



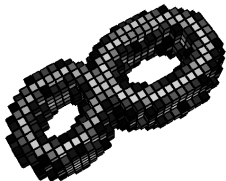
$$\chi'(r_2) = 2$$

$$\begin{aligned}\chi'_{int} &= 1 & \chi'(r_1 \cup r_2) &= \\ \chi'(r_1) + \chi'(r_2) - 2\chi'_{int} & & & \\ \chi'(r_1 \cup r_2) &= 2 & & \end{aligned}$$

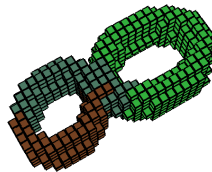
Algorithme

- compter les cellules internes
- calculer $\chi'(r_1 \cup r_2)$
- utiliser la formule générale : $b_1(r) = b_0(r) + b_2(r) - \chi'(r)/2$

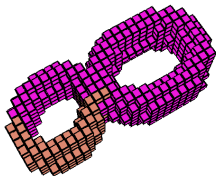
Résultats



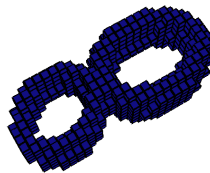
Original Image



$b_1 = 0 ; b_2 = 1$



$b_1 = 1 ; b_2 = 1$



$b_1 = 2 ; b_2 = 1$

- 1 Carte topologique et travaux existants
 - Représentation d'images
 - Carte topologique
- 2 Critère à base d'invariant topologique
 - Invariants topologiques
 - Nombres de Betti
 - Méthode incrémentale
- 3 **Division-Fusion**
 - **Division de régions**
 - **Application**
- 4 Modèles déformables dans la carte topologique
 - Modèle déformable
 - Points I-Simples
 - Premiers résultats
- 5 Conclusion

Approche par raffinement

Idée

- image = une région
- division successive des régions
- partition résultat

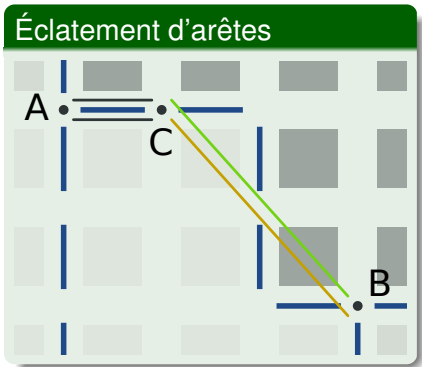
Mise en œuvre

- quadtree / octree
- éclatement-fusion
- utilisation : modèle hiérarchique

Opérations élémentaires

Opérations

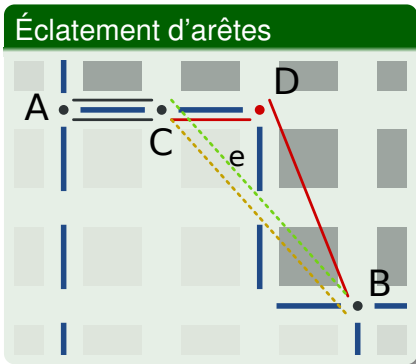
- éclatement d'arêtes
- éclatement de faces
- éclatement de volumes



Opérations élémentaires

Opérations

- éclatement d'arêtes
- éclatement de faces
- éclatement de volumes

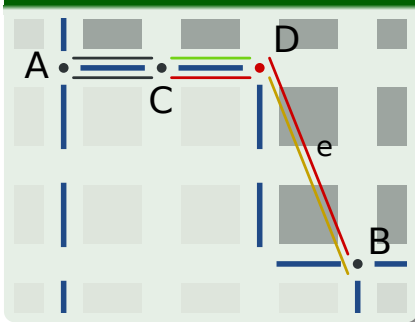


Opérations élémentaires

Opérations

- éclatement d'arêtes
- éclatement de faces
- éclatement de volumes

Éclatement d'arêtes

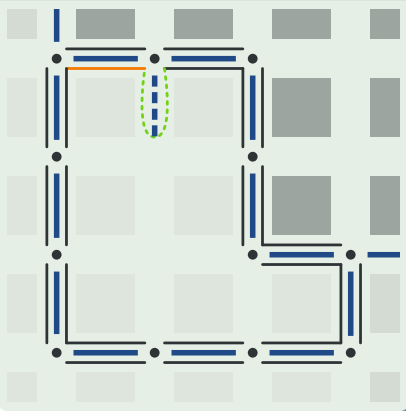


Opérations élémentaires

Opérations

- éclatement d'arêtes
- **éclatement de faces**
- éclatement de volumes

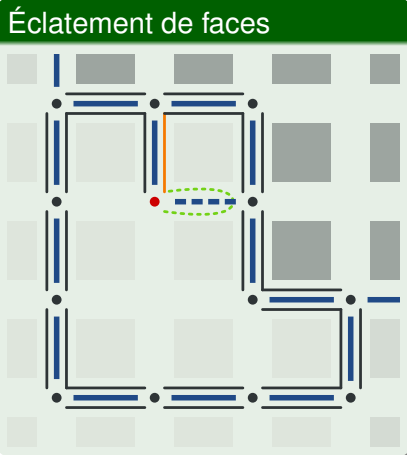
Éclatement de faces



Opérations élémentaires

Opérations

- éclatement d'arêtes
- **éclatement de faces**
- éclatement de volumes

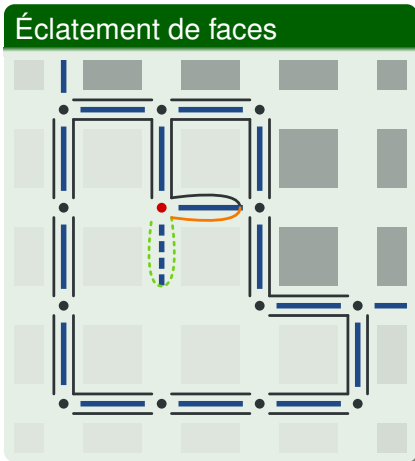


Opérations élémentaires

Opérations

- éclatement d'arêtes
- **éclatement de faces**
- éclatement de volumes

Éclatement de faces

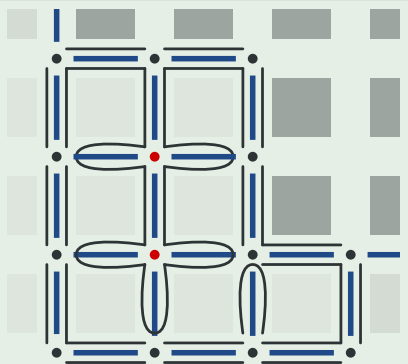


Opérations élémentaires

Opérations

- éclatement d'arêtes
- **éclatement de faces**
- éclatement de volumes

Éclatement de faces

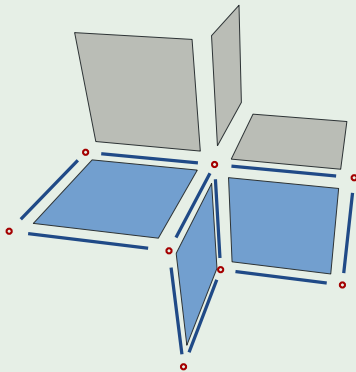


Opérations élémentaires

Opérations

- éclatement d'arêtes
- **éclatement de faces**
- éclatement de volumes

Éclatement de faces

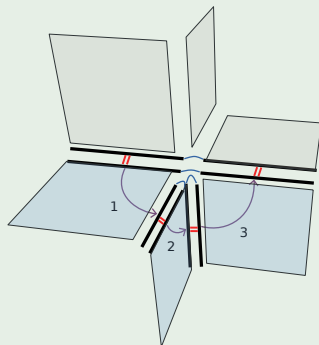


Opérations élémentaires

Opérations

- éclatement d'arêtes
- **éclatement de faces**
- éclatement de volumes

Éclatement de faces

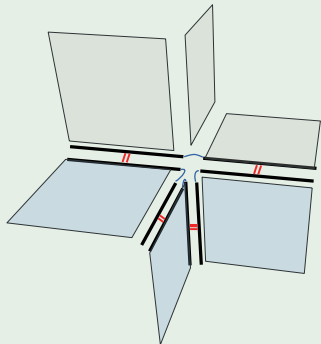


Opérations élémentaires

Opérations

- éclatement d'arêtes
- **éclatement de faces**
- éclatement de volumes

Éclatement de faces



Algorithme de division

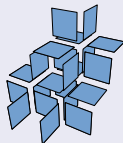
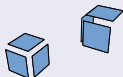
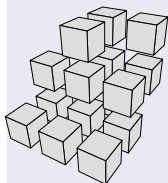
Division d'une région par une surface

- éclatement des arêtes du bord
- éclatement des faces du bord
- création de la nouvelle surface
- couture de la surface au bord de la région
- mise à jour des informations

Algorithme de division

Division d'une région par une surface

- éclatement des arêtes du bord
- éclatement des faces du bord
- création de la nouvelle surface



- couture de la surface au bord de la région
- mise à jour des informations

Algorithme de division

Division d'une région par une surface

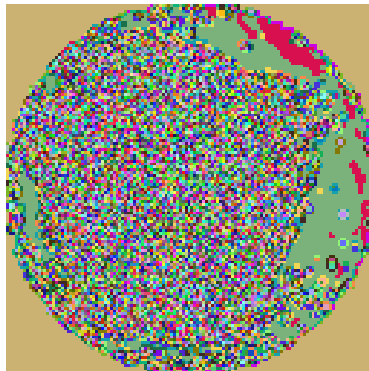
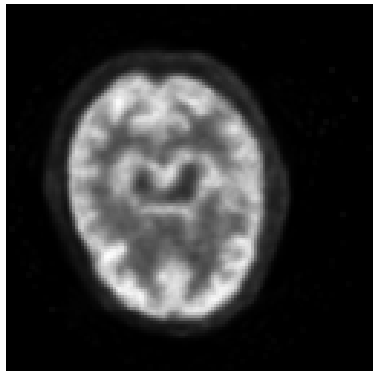
- éclatement des arêtes du bord
- éclatement des faces du bord
- création de la nouvelle surface
- couture de la surface au bord de la région
- mise à jour des informations

Approche mixte : division-fusion

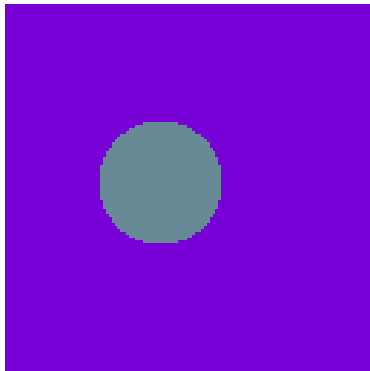
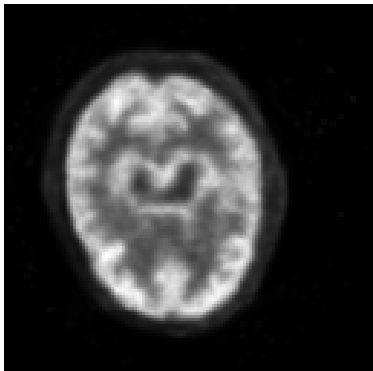
Idée

- alterner :
 - division
 - fusion
- critère de division
- critère de fusion

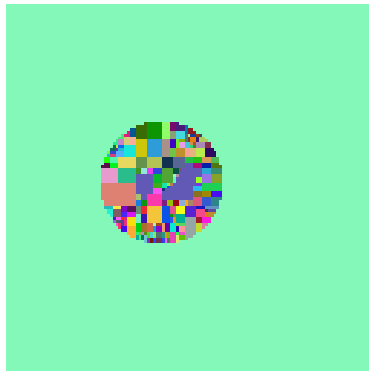
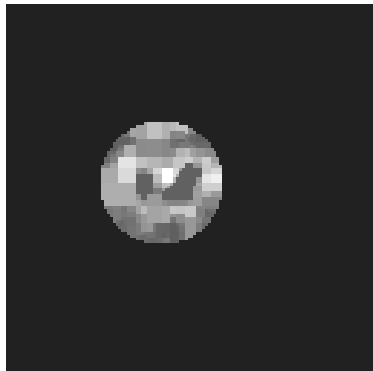
Application à la segmentation d'images TEP 18-FDG



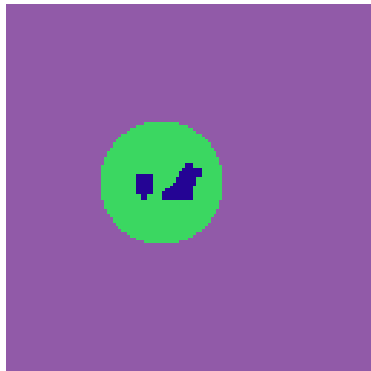
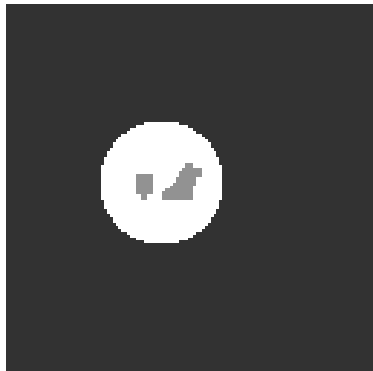
Application à la segmentation d'images TEP 18-FDG



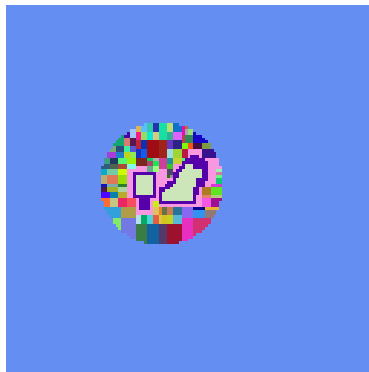
Application à la segmentation d'images TEP 18-FDG



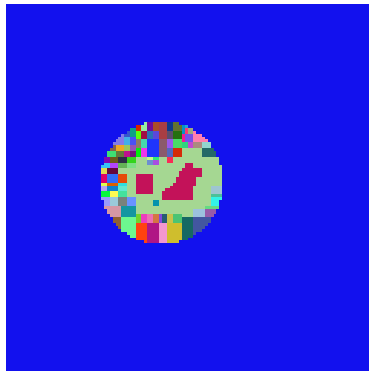
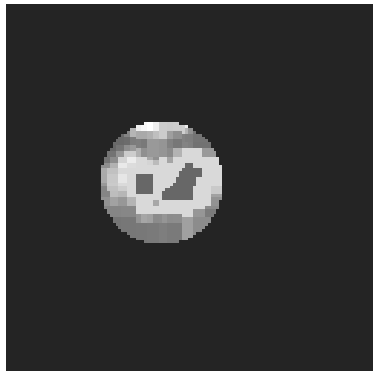
Application à la segmentation d'images TEP 18-FDG



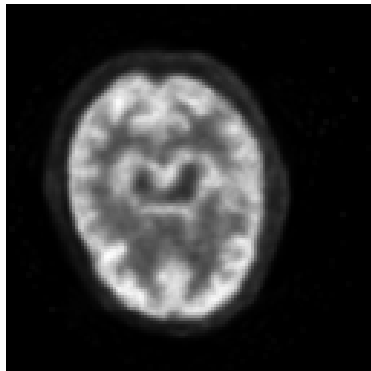
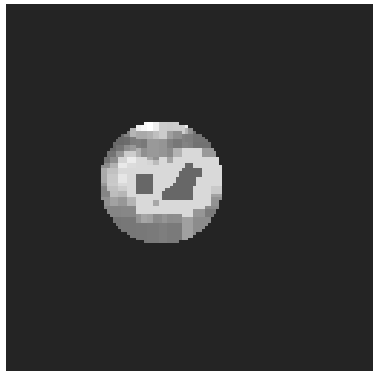
Application à la segmentation d'images TEP 18-FDG



Application à la segmentation d'images TEP 18-FDG



Application à la segmentation d'images TEP 18-FDG



- 1 Carte topologique et travaux existants
 - Représentation d'images
 - Carte topologique
- 2 Critère à base d'invariant topologique
 - Invariants topologiques
 - Nombres de Betti
 - Méthode incrémentale
- 3 Division-Fusion
 - Division de régions
 - Application
- 4 Modèles déformables dans la carte topologique
 - Modèle déformable
 - Points I-Simples
 - Premiers résultats
- 5 Conclusion

Déformations dans la carte topologiques

Motivations

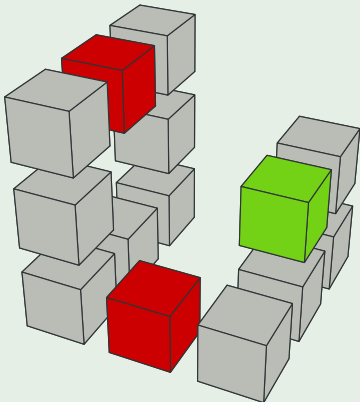
- problème efficacité : division-fusion
- résultats approximatifs

Objectifs

- déformation préservant la topologie
- contexte multi-région

Notion de point-simple

Intuitivement



Notion de point-simple

Définition

Un voxel v est simple $\Leftrightarrow v$ bascule entre l'objet et le fond sans changement topologique.

$$\#C_6 [G_6(v, X)] = \#C_{18} [G_{18}(v, \bar{X})] = 1$$

Mise en œuvre

Étude de cas : génération de toutes les configurations, fichier de 8Mo \Rightarrow arbre de décision, fichier de 100Ko.

Application à l'intervoxel : point I-simple

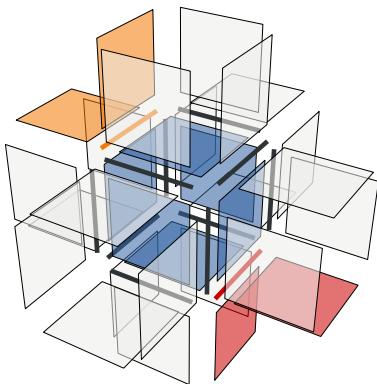
Problème : image binaire

Définition : Points I-Simples

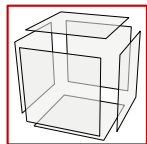
Un voxel v est I-Simple si :

- 1 $\forall l \in \text{linels}(v), d(l) \in \{0, 2\}$;
- 2 l'ensemble $sf(v)$ est homéomorphe à un 2-disque ;
- 3 $\forall l \in \text{linels}(v), d(l, v) = 0 \Rightarrow d(l) = 0$.

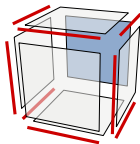
Explications du formalisme



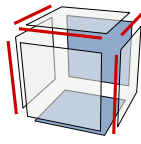
Les différentes configurations



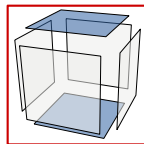
A



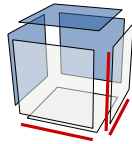
B



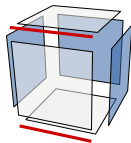
C



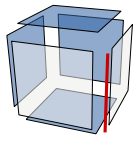
D



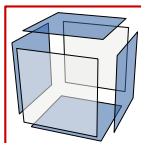
E



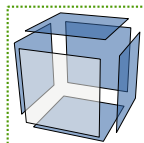
F



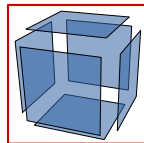
G



H



I



J

Algorithme

Test si un voxel est simple

Un voxel n'est pas I-Simple si :

- 0 surfel **on** incident à v
- 6 surfels **on** incidents à v
- 2 surfels **on** incidents à v et non-adjacents
- 4 surfels **on** formant un anneau
- 1 lignel **on** incident à v
- 2 surfels **on** incidents à un lignel qui ne sont pas incident à v

Sinon le voxel est I-Simple.

Algorithme

Test si un voxel est simple

Un voxel n'est pas I-Simple si :

- 0 surfel **on** incident à v
- 6 surfels **on** incidents à v
- 2 surfels **on** incidents à v et non-adjacents
- 4 surfels **on** formant un anneau
- 1 lignel **on** incident à v
- 2 surfels **on** incidents à un lignel qui ne sont pas incident à v

Sinon le voxel est I-Simple.

Algorithme

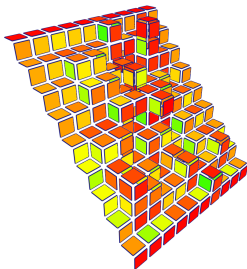
Test si un voxel est simple

Un voxel n'est pas I-Simple si :

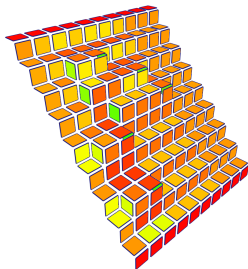
- 0 surfel **on** incident à v
- 6 surfels **on** incidents à v
- 2 surfels **on** incidents à v et non-adjacents
- 4 surfels **on** formant un anneau
- 1 lignel **on** incident à v
- 2 surfels **on** incidents à un lignel qui ne sont pas incident à v

Sinon le voxel est I-Simple.

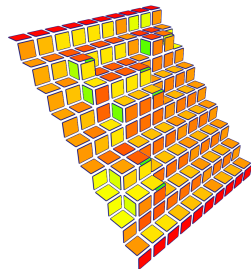
Test de l'énergie



surface bruité
 $(|S| = 240,$
 $E_s(S) = 338.0)$



nombre de surfels
 $(|S| = 190,$
 $E_s(S) = 266.0)$

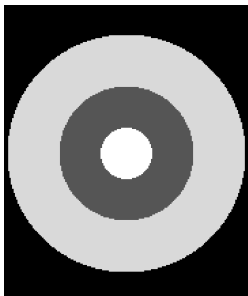


estimateur d'aire
 $(|S| = 192,$
 $E_s(S) = 262.2)$

Déformation à topologie constante



coupe originale



segmentation initiale



résultat

Déformation d'une partition existante (1)

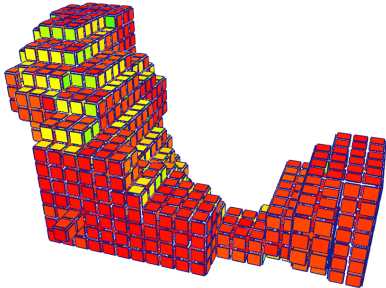


coupe initiale

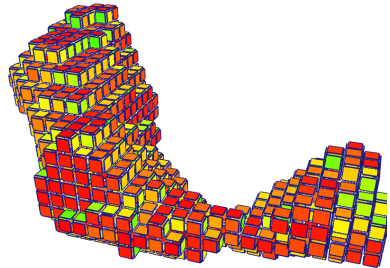


coupe résultat

Déformation d'une partition existante (2)



surface initiale



surface résultat

- 1 Carte topologique et travaux existants
 - Représentation d'images
 - Carte topologique
- 2 Critère à base d'invariant topologique
 - Invariants topologiques
 - Nombres de Betti
 - Méthode incrémentale
- 3 Division-Fusion
 - Division de régions
 - Application
- 4 Modèles déformables dans la carte topologique
 - Modèle déformable
 - Points I-Simples
 - Premiers résultats
- 5 Conclusion

Conclusion

- critères sur invariants topologiques
 - nombre de Betti
 - algorithme incrémental (fusion)
- segmentation par division-fusion
 - division par surface
 - critères topologiques (adjacence, ...)
- déformation dans la carte topologique :
 - points I-Simple
 - mise en oeuvre "facile"
 - énergies basiques

Perspectives

- invariants topologiques :
 - calcul des générateurs (homologie)
 - exemple : guider la division
- segmentation par division-fusion :
 - ne plus éclater le bord des régions
- déformation dans la carte topologique :
 - étendre à la déformation des arêtes
 - énergies plus avancées (meilleurs résultats)

Opérations de segmentation d'images 3D représentées par des cartes topologiques

Alexandre Dupas¹

¹XLIM-SIC, Université de Poitiers, UMR6172

LIRIS, Université Lyon 1, UMR5800

Réunion des Doctorants LIRIS, Imagine & M2DisCo
12 Mai 2009